

ノイズと遅れの現象と数理

大平徹

名古屋大学大学院多元数理科学研究科

神経回路や免疫システムに代表される様に、多くの要素が相互作用することで複雑な挙動や機能を出現させるシステムを念頭におきながら、私はこれまで、主としてこれらの相互作用にみられるような情報伝達の「遅れ」や「ノイズ」の影響を理論的に調べることに従事してきました。この研究テーマは伝統的にはそれぞれの要素を含む力学微分方程式からのアプローチを中心として行われてきております。私は遷移確率が一定の時間以前の位置によって決まるようなランダムウォークをプラットフォームとして、できるだけ単純でありながらノイズと遅れの影響を示すようなモデルを提案構築しました。この「遅れランダムウォーク」を用いたアプローチにより、確率遅れ微分方程式ではとらえることのできない、いくつかの性質を明らかにすることができました。例えば、遅れが一定以上の大きさになると振動現象が出ることは知られていましたが、遅れランダムウォークでは自己相関関数の振動として出現します。またこれをある程度数理的にとらえることができました。定常分布が存在するような場合には具体的に遅れの関数として、数歩の遅れまでは分散の厳密解も得られました。これらについて解説します。

続いて、確率共鳴という現象との関連について議論します。通常はノイズと外的な振動を組み合わせることで見られる現象で、生体情報処理などを中心に様々な分野での応用研究が行われています。ここでは遅れからくる振動を使うことで、外的な振動を用いないで、ノイズと遅れのみによる共鳴現象を数理的に解析可能なモデルを提唱しました。単純な理論モデルですが、この遅れ確率共鳴現象は後に、他の研究グループにより理論的な発展が行われ、複数のレーザーを用いた実験での現象の確認が報告されました。この現象からの類推で、人間のバランス制御における実験の提案を行いました。椅子に座った人間の指先で倒立棒の制御を行ってもらいます。この際に制御を行っていない一方の手で物を持って振ってもらうことで、よりよい制御を行うことができることを見つけました。人間の反応時間の遅れや揺らぎなどの複合による現象であると認識しています。

これらあわせて、「ノイズ」や「遅れ」がシステムにもたらす影響について、交通歩行流、ネットワークの自己組織化、円ドル為替レートの時系列の解析、符号化、量子論への応用などについて、時間があれば話したいと思います。

また、最近提案しました「集団追跡と逃避」のモデルについて紹介します。「おにごっこ」は多くの方が遊んだ経験のあるゲームですが、追跡と逃避の数学は300年近い長い歴史を持ち、おもに1対1の状況が研究されてきました。一方では、交通流の研究に代表されるように、動物、昆虫、自動車、人などの「群れ」の研究が、近年数理、物理の分野で盛んにおこなわれるようになりました。「集団追跡と逃避」ではこの二つの研究の流れを融合して、集団対集団が「おにごっこ」をするような状況をモデル化して、新しい研究課題として提案しています。集団内の個々の動きは非常に単純な場合でも、集団として

は意外と複雑な様相があることを報告します。また、適度に個々の動きに揺らぎを加えると、全体のゲームの終了までの時間が最適化されるなどの「確率共鳴」的な現象が見えました。さらに遅れが加わったときにどのような状況が見えるか、などの展望も議論したいと考えます。

参考文献

『ノイズと遅れの数理』 大平徹 共立出版 2006年1月

「遅れ」と「ノイズ」の周辺で, 大平徹「数理科学」No.467, pp. 79-83, May 2002.

ノイズと遅れの共鳴現象, 大平徹, 佐藤譲「日本物理学会誌」Vol.55, pp.360-363, 2000.

時間軸上の非局所性とゆらぎ, 大平徹「日本物理学会誌」Vol.62, pp.260-264, 2007.

集団追跡と逃避, 上村淳, 大平徹「日本物理学会誌」Vol.66, pp.205-208, 2011.