

彩色問題に関する量子アルゴリズム

山中雅則

日本大学理工学部 物理学科

グラフの彩色問題は古典的な問題であるが、今なお活発に研究されている。彩色問題は、主として頂点彩色と辺彩色に分けられ、例えば四色問題は頂点彩色の典型的な例である。

彩色問題において、与えられたグラフの染色数が求められていることは多い。一方で、染色数が与えられた場合の異なる塗り分けの具体的な表現とその総数の算出については頂点数の小さなグラフについて解決しているものもあるが、頂点数の大きな不規則グラフについては、計算量が指数関数的に増大することから困難であることが知られている。

平面的ではない不規則グラフの頂点彩色について、染色数はヒュードの公式で容易に算出することができる。しかし、頂点数の大きなグラフの彩色を、染色数ちょうどの色数で実際に彩色してみると良く分かることであるが（彩色可能であることは証明されているにも関わらず）実際の彩色はすぐに行き詰まることが多い。また、局所的な彩色を組み合わせることにより、グルーピングにより全体の彩色を行う試みも行き詰まることが多い。これは、全体の彩色のつじつまが大域的に決まっていることことを意味する。（もちろん、彩色が容易なグラフも存在するが、ここでは実際の彩色を求めることが困難なグラフを対象とする。例えば、頂点数が大きく、かつ、平面的ではない不規則グラフなどを考える。）

講演では、全ての異なる彩色の表現を生成する量子アルゴリズムを提案する。通常の色の手続きでは、色を局所的に一つずつ確定しながら全体の彩色を順次構成していく。これをここでは古典的彩色法と呼ぶ。古典的彩色法では、染色をスタートし途中で彩色が行き詰まると、あるステップまで戻って彩色のやり直しを行わなくてはならない。しかし、いったいどのステップまで戻り、どのような彩色でやり直せば良いのかは自明ではなく、系統的な改善方法は存在しない。また、行き詰まった彩色であったとしても、部分的には別の彩色の局所的な（正しい）彩色となっていることは十分有り得る。この研究では、彩色の異なる表現を量子力学的な重ね合わせ状態として表現することにより、量子アルゴリズムを用いてこれらの困難を回避し、具体的な全ての染色の表現を求めることを試みる。これを量子的彩色法と呼ぶ。