

スピングラスの零点とカオス

小淵 智之

大阪大学理学研究科 宇宙地球科学専攻

統計力学において導入される確率モデルは、分配関数という母関数によって特徴づけられ、任意のモーメントが分配関数とその微分から計算される。統計力学的に興味ある状況は、確率変数（ここではスピンと呼ぶ）の数が無限大の極限（熱力学極限）特にその極限において分配関数に特異性が現れる場合であるが、このような状況において分配関数を計算することは大抵容易では無い。従って統計力学的研究では、この特異点の性質を調べる事に大きな労力を割く。

このような特異点を調べる変わった方法として、分配関数の零点を調べるというものがある。分配関数は物理量（実パラメータ）の関数であり本来正值であるが、パラメータを複素数に拡張することにより、一般の複素数値が取れるようになる。このときの分配関数の零点を見ることで、熱力学極限での特異性の性質が理解できる-というのが、この零点による方法である。

本発表では、近年筆者らによって求められた、いくつかのスピングラス（SG）モデルにおける零点分布の振る舞いと、そこから引き出される物理的知見について紹介する。SG はスピン間相互作用がランダムな系であり、レプリカ対称性の破れ（RSB）や、パラメータの微小変化に対する異常応答（カオス効果）など、変わった振る舞いがあることが知られている。結果の例として、図 1 に $(p+r)$ -体相互作用球形 SG モデルの複素温度相図と零点密度を示す。このモデルでは、パラメータを調節することにより、RSB や温度カオスの有無を制御出来る。詳細な解析の結果、RSB は SG 相内部に零点が存在するための必要条件であり、十分条件では無いことが分かった。また、SG 相内の零点分布とカオス効果が密接に関わっていることが示唆された。カオス効果は自由エネルギーの特異性としては現れないので、この結果は零点の新たな物理的意義を提供している。講演では、この結果に加え、複素磁場の場合や虚軸周辺の零点の物理的意義を捉える試みについても議論したい。なお本研究は高橋和孝氏との共同研究である [1]。

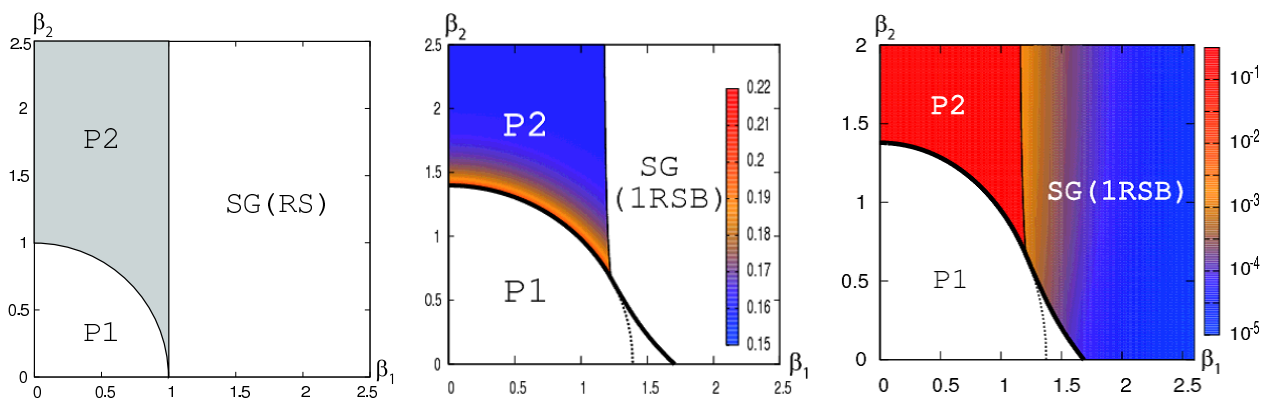


図 1: $(p+r)$ -体相互作用球形 SG モデルの複素温度 ($\beta = \beta_1 + i\beta_2$) 相図と零点密度。左から $(p,r) = (2,0)$ (RSB 無、温度カオス無)、 $(p,r) = (3,0)$ (RSB 有、温度カオス無)、 $(p,r) = (3,4)$ (RSB 有、温度カオス有)。白抜き部は零点が存在しない。

[1]: T. Obuchi and K. Takahashi: arXiv:1110.0942 (To appear in *J. Phys. A*)