

# Cavity 法による相互依存型ネットワークの解析

10M35635 渡辺駿介 指導教員：樺島祥介

## 1 緒言

現実世界には様々なネットワークが存在しており、それらの特性について膨大かつ様々な研究がなされている。その一つにサイト(ノード)を取り除いていったときにどれくらいネットワークが接続されているかを調べる研究があり、統計力学におけるパーコレーション過程として研究されている。サイトに接続されているボンドの個数を次数というが、次数分布が広域的である方が、障害に対して耐性があることがよく知られている。近年では次数の相関(次数の高いサイトが接続されるサイトの次数の傾向)に着目して、ネットワークのロバスト性を解析した研究がなされた[1]。

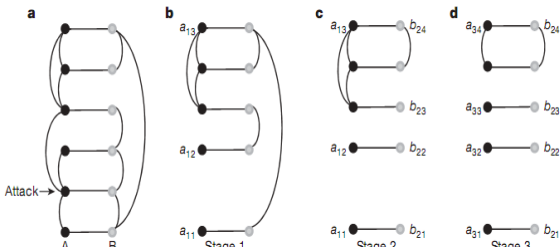
一方で相互依存ネットワークに関する研究が近年注目されている。相互依存とは別種のネットワークが互いに組み合わさったようなネットワークのことで、送電網、水道、道路、金融システムなど多くの現実のネットワークは互いに接続されている。そのようなネットワークにおいて、次数分布が広域的であることがロバスト性を下げるという報告がなされた[2]。単独では障害に対して耐性を持っていても、相互依存しているためにわずかなノードの欠損が壊滅的な被害へとつながる可能性がある。だが、相互依存ネットワークの脆弱性に関する数値的研究はほとんどされていない。

ランダムなネットワークについてはネットワークのつながり方を tree 構造で局所的に近似する cavity 法によってロバスト性を定量的に分析できることで知られている。従来この方法は単独のネットワークの解析に用いられてきた。

本研究では相互依存型ネットワークに関して cavity 法を用いてロバスト性を評価する。

## 2 モデルと現象

相互ネットワークのカスケード(連鎖)について以下で説明する。



### 1) 相互依存ネットワークにおけるカスケード(連鎖)の遷移図 ([2]より引用)

ネットワーク A におけるサイトとネットワーク B におけるサイトは 1 対 1 対応で依存している。

1 段階: A において一つのサイトが取り除かれたことにより, B におけるサイトが取り除かれる。A は 3 つのクラスタ  $a_{11}, a_{12}, a_{13}$  に分割される。

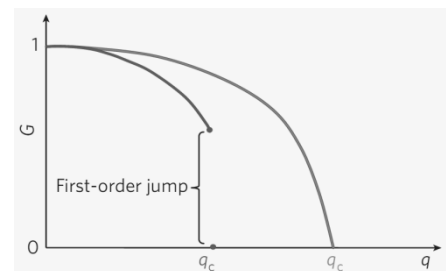
2 段階: A がクラスタに分割されたことに対応して, B

におけるボンドが消滅する。B もクラスタ  $b_{21} \sim b_{24}$  に分割される。

3 段階: B におけるクラスタ分割に対応して A のボンドが消滅する。

この例では 2 つのネットワークの全てのサイトが相互依存しているため、一つのサイトに対する攻撃により、ネットワーク全体が急速に壊滅的な打撃を受ける。

ネットワークがどれくらい互いに接続されているかを示すマクロな指標として giant-component が挙げられる。giant-component とはネットワーク内で互いに繋がっている要素で構成される最大の部分集合のことであり、その大きさは各サイトが giant-component に接続される確率の総和を全サイト数で除した比率によって表わされる。サイトを取り除いていくことによって、giant-component の大きさは減少していくが、ある閾値を境に一気に 0 になる(相転移)。



### 2) 単独ネットワーク及び相互ネットワークにおけるパーコレーション過程([3]より引用)

独立ネットワークでは、連続的に giant-component の大きさが変化するのにに対し、相互依存型においては不連続な変化が起きることが報告された。

## 3 研究手法

相互依存ネットワークにおけるパーコレーションの閾値を cavity 法によって評価する。

## 参考文献

- [1] Y. Shiraki and Y. Kabashima, Phys. Rev. E 82, 036101 (2010) [10 pages]
- [2] S. V. Buldyrev, R. Parshani, G. Paul, H. E. Stanley and S. Havlin, Nature, 464(2010), pp. 1025-1028
- [3] A. Vespignani, Nature, 464(2010), pp. 984-985