

強磁性 p スピン模型の基底状態探索問題における 量子アニーリングの効率化

関 優也

東京工業大学 理学部 物理学科

近年、量子アニーリングの研究が盛んになされている。量子アニーリングは量子揺らぎを用いることで組み合わせ最適化問題を解く量子アルゴリズムである。

組み合わせ最適化問題はコスト関数の最小値を与える変数の組を求める問題である。例の一つとして巡回セールスマン問題 (TSP) があげられる。この問題は複数の都市をセールスマンが巡回して元の都市に戻ってくる経路のうち最短のものを求める問題である。この場合は、経路の長さや移動コストがコスト関数に対応する。他にも、組み合わせ最適化問題には実用的に重要な問題が多数含まれる。

TSP は NP 困難問題であり、もしこの問題を多項式時間で解くことができれば他の全ての最適化問題が多項式時間で解くことができる。そのため、NP 困難問題を多項式時間で解くアルゴリズムの開発が課題となっている。NP 困難問題に属する最適化問題の物理学的な例としては、スピングラスの基底状態探索問題があげられる。コスト関数はエネルギーに対応し、最も低いエネルギーを与える状態を見つけることが問題となる。

そこで、物理学のアイデアを用いて最適化問題を解くアルゴリズムが考案された。その一つがシミュレーテッド・アニーリング (SA) である。これは、熱揺らぎを用いて最適解の探索を行う汎用アルゴリズムで、温度が高い状態において大域的な探索を行い、徐々に温度を低下させることにより最適解に状態を収束させる。有限時間内で最適化問題を解くことができるのは特筆すべき点である。しかし、SA の解がどの状態に収束するかは確率的に定まる。確率 1 で最適解に状態を収束させるためには、非常にゆっくりと温度を下げる必要がある。そのため、計算時間が長くなってしまふのが、SA の難点である。

量子アニーリングは熱揺らぎの代わりに量子揺らぎを用いた汎用アルゴリズムである。系に量子揺らぎを導入することで状態間の遷移を引き起こし、徐々に揺らぎを小さくしていくことで最適解に状態を収束させる。このことから、量子アニーリングは量子的な効果であるトンネル効果を用いて最適解を得るアルゴリズムであると考えられる。量子アニーリングの計算時間は基底状態と第 1 励起状態とのエネルギーギャップを用いて見積もることができ、ギャップの -2 乗程度の時間をかけることで確実に最適解を得ることができる。量子アニーリングは SA よりも高速で最適解を見つける例がいくつか報告されており、この点で量子アニーリングは有用なアルゴリズムであると言える。

しかし、量子アニーリングが適用できない問題が見つかった。この問題の一つが p 体相互作用模型の基底状態を探す問題である。 p 体相互作用模型とは p 個のスピンがペアをなし強磁性相互作用をしている模型で、 $p = 2$ の場合は通常のアヴィンギン模型に相当する。 $p \geq 3$ への拡張がスピングラスの理論で盛んに研究されている。横磁場を用いてこの系に量子揺らぎを導入した場合、 $p \geq 3$ ならば、横磁場を小さくして行く過程で系が量子常磁性相から強磁性相へと 1 次転移を起こす。1 次転移と量子アニーリングの適用困難性

は密接に関係している。この相転移点において基底状態と第1励起状態とのエネルギーギャップが非常に小さくなり、計算時間が長くなってしまう。系が1次転移を起こすような模型ならば、量子アニーリングの計算時間が長くなる事が分かってきた。

発表の前半では量子アニーリングの概要を説明する。その中で、量子アニーリングの原理とSAに対する優位性について述べる。その後、量子アニーリングの適用が困難な問題について触れ、その改善策について述べる。