

Duality Analysis for Spin Glasses

大関 真之

東京工業大学大学院理工学研究科 物性物理学専攻

本講演では情報統計力学の中で、情報科学と統計力学の接点として橋渡し役をするスピニングラスの基礎理論の発展に関する話題を提供する [1]. 情報統計力学の範疇で興味が主に注がれるのは、平均場理論を初めとする無限次元のスピニングラスの理論が多いだろう。それはやはり道具としての側面が強く、そしてスピニングラスの平均場理論の歴史や理解が進んでいるためと思われる。一方で現実的なスピニングラスの問題に戻って眺めてみると、有限次元系でのスピニングラスは理解が進んでいるかという、中々難しいようである [2]. 頼りにするべき解析的な、そして系統的な理論がごく少数であるためだ。数値計算を利用した研究は、精力的に進んでいる。そのため状況証拠がいくつも揃っており、信じられている結果によって考察を重ねていくというのがスピニングラス研究における実際の状況である。しかし解析的に強い証拠がほしい。その結果に基づいて何か手がかりを掴みたいというのが、物理屋の欲求として常にある。潜在的な憧れを持ちつつも、中々実現が叶わないというのが有限次元スピニングラスの理論の現況である。

そこで、今回は最近発展してきた有限次元のスピニングラス模型に対する解析手法のひとつ、**部分和を用いた双対変換**、を紹介しよう [3, 4]. この双対変換というのは、スピニングラス模型の解析の舞台である古典スピン系における広く一般的な手法である。分配関数に存在するある対称性を利用して、**相転移点を厳密に導出する**事が出来る。スピニングラス模型に関しても相転移点がどこにあるのか、というのは基本的な問題としてある。双対変換をスピニングラス模型に適用する事で、スピニングラス模型の相転移点を極めて正確に求める事が出来るというのが今回のお話である。

この結果はスピニングラスの理論としてどのような重要性を持つのだろうか? 数値計算に頼る他なかった有限次元のスピニングラスに対して、何か厳密な情報があれば、それに関する数値計算の結果と対比する事で計算の信頼度を評価することが出来る。より実際的な発展への視点で見れば、正確な相転移点近傍の振る舞いから数値計算などでの臨界指数の見積もりをさらに正確に求める事が出来る。ひとつはこのような間接的な貢献が素朴には見込める。また以下にあげるような直接的な発展も最近では展開している。

Topic 1 スピニングラス模型における、ある特別な相転移点の位置の正確な決定.

この特別な相転移点とは、スピニングラス模型における元来の興味を超えた発展を見せている。その位置の決定が古典情報及び量子情報の誤り訂正符号の性能評価につながっているのだ。純粋なスピニングラスのお話をこの会合でするのは、このような情報理論との関連があるためでもある [5, 6].

Topic 2 ある特別なスピニングラス模型においては、2次元でスピニングラス相が有限温度にわたって存在しない.

これは数値計算による状況証拠で確認をしていた事実ではあるものの、解析的に示した例は初めてのことである。双対変換による相転移点の議論から上記の事実を示す事が出来る [7].

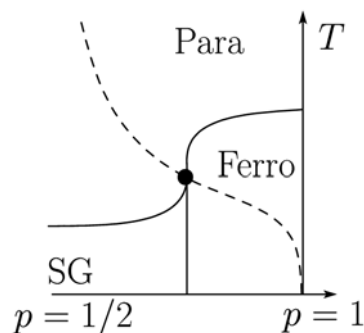


図 1: スピングラス模型の典型的な相図の様子. 温度を T , 強磁性相互作用と反強磁性相互作用の割合を p で表している. Ferro, Para, SG によりそれぞれ強磁性相, 常磁性相, スピングラス相を表す. 系が完全に強磁性相互作用を取るとき $p = 1$ とする. 破線が西森線を表し, その線上での点が *Topic 1* で扱う特別な相転移点, 多重臨界点を表す. *Topic 2* では 2 次元系のこの相図構造について言及する. また *Topic 3* では, $p = 1$ 近傍での相境界の様子を考察する.

Topic 3 相図上でランダムさが非常に少ない領域での相境界を正確に導出する事が出来る.

この種の問題は, 素朴には摂動論による計算で解決できそうなものである. 通常の物理であればそうだろう. しかしながらスピングラスを初めとするランダムさのある相互作用を持つスピン系においては, そのランダムさが系に如実に影響を及ぼす場合がある. そのようなランダムさの扱いが難しい系においても, 双対変換はランダムさが少し入った場合の相境界の変化を極めて正確に取り扱う事が出来ることがわかった [8].

これらの成果を紹介しながら, スピングラス模型に対する双対変換という新しい枠組みを提供しようと思う.

参考文献

- [1] H. Nishimori, *Statistical Physics of Spin Glasses and Information Processing: An Introduction* (Oxford Univ. Press, Oxford, 2001).
- [2] K. Binder and A. P. Young, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 801 (1986).
- [3] M. Ohzeki, H. Nishimori and A. Nihat Berker, *Phys. Rev. E* **77**, 061110 (2008).
- [4] M. Ohzeki, *Phys. Rev. E* **77**, 061110 (2008).
- [5] E. Dennis, A. Kitaev, A. Landahl, and J. Preskill, *J. Math. Phys.* **43**, 4452 (2002).
- [6] M. Ohzeki, *Phys. Rev. E* **80** 011141 (2009).
- [7] M. Ohzeki, and H. Nishimori, *J. Phys. A: Math. Theor.* **42** 332001 (2009).
- [8] M. Ohzeki, H. G. Katzgraber, M. A. Martin-Delgado, and H. Bombin, work in progress.