

単純な Ising 模型のダイナミクス起源のガラス的緩和現象

太田 洋輝

東京大学大学院総合文化研究科 広域科学専攻

Ising モデルと言えば、臨界現象を示す系のひな形の一つとして広く知られている。Onsager による 2 次元正方格子の厳密解などは、相転移を示す系で分配関数を厳密に計算できた例である。しかしながら、むしろそのような厳密な計算ができる場合は少なく、平均場近似または Bethe 近似とよばれる手法がしばしばとられる。これらはそれぞれ相転移を導出することができ、それぞれ完全グラフまたは Bethe 格子上の系の場合厳密になるので、一般に相転移の性質を理解する際の第一歩となりうる。歴史的には臨界現象の平衡状態の性質だけでなく動的側面に対しても、平均場 (Bethe) 描像と Glauber ダイナミクスあるいは川崎ダイナミクスの導入により理解が進展した。このような意味で、完全グラフまたは Bethe 格子上の Ising 模型は、臨界現象を理解するための踏み台としての重要な役割を果たしたと言えよう。

ここでは、Bethe 格子上における相互作用なしの磁場あり Ising スピンの Glauber ダイナミクスを考えよう。ただし、ダイナミクスには詳細釣り合いが成り立つ範囲で制限を課す。具体的には、「ある選ばれたスピンの周りにある下向きのスピンの数が、あるしきい値より小さい時はスピンは絶対にひっくり返らない」という規則を考える。すると、熱力学起源ではない有限温度相転移 (非エルゴード転移) が起き、その付近で平衡の臨界緩和現象とは異なる遅い緩和現象が見られる。実はこの緩和現象は過冷却液体、コロイドや粉体でみられる遅い緩和現象と似た側面を持つ。先行研究によると、どれもモード結合方程式で記述されるユニバーサリティクラスに関係があるという議論がある。しかしながら、両者の関係性はもちろん、個別の遅い緩和現象が属するユニバーサリティクラスも完全な理解からはほど遠い。

よってこの状況を少しでも打開するためにこの研究では、上記の動的制限を課した Ising 模型における相転移のユニバーサリティクラスの同定を目標に解析を行う。実はこのような Bethe 格子上のある種の Ising 模型に対して、ある領域のスピンの配置を一つの新しい変数として、その変数に対する有限次元力学系を近似的に導出するという方法が発展している。この方法は空間並進対称性が破れていない系に対しては、臨界指数の導出など成功を収めている。しかしながら、この動的制限を課した Ising 模型においては非一様な秩序が存在するため、この方法はそのままでは意味のある結果をもたらさない。そこで、この系に見られる非一様性を取り込むため、徐々に遠くのスピンの配置も取り込んだ変数を用意し、階層的に近似的な力学系を導出する。すると、より高階層の力学系になるにつれて、モンテカルロ法との一致の程度がよくなることがわかる。また、低階層の力学系には特異な振る舞いを示す物理量は現れないが、高階層の力学系において、転移点で非解析的な物理量が現れることを示す。最後に、その階層性から非エルゴード転移点に関する動的臨界指数の評価を行う。