スパースモデリング医学班研究会

ボルツマン機械学習によるカンニング検出技術

京都大学大学院情報学研究科システム科学専攻
大関　真之

Project 2014
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA
京都大学 KYOTO UNIVERSITY

多くのデータからその素性を明らかにする営み

機械学習

多くの購買データから顧客の嗜好を明らかにする

Am○zon

多くのWeb訪問履歴から使用者の意思を明らかにする

Go○gle

多くの答案から生徒の能力を明らかにする

各種教育機関

多くの答案から生徒のカンニングを検出する

本研究成果

項目応答理論

F. Baker: Item response theory : parameterestimation techniques[2004]

- 1-パラメータロジスティクモデル
  - テストの品質管理に用いられる確率論的模型

$$P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta},\mathbf{d}) = \frac{1}{Z(\boldsymbol{\theta},\mathbf{d})}\prod_{j=1}^{J}\exp\left\{\sum_{i=1}^{I}(\theta_i - d_j)x_{ij}\right\},$$

- $x_{ij} = \pm 1$: i 番目の被験者が j 番目の項目に正答したかどうか

  正答の場合 $x_{ij} = 1$ 誤答の場合 $x_{ij} = -1$

- θ_i: i 番目の被験者の能力

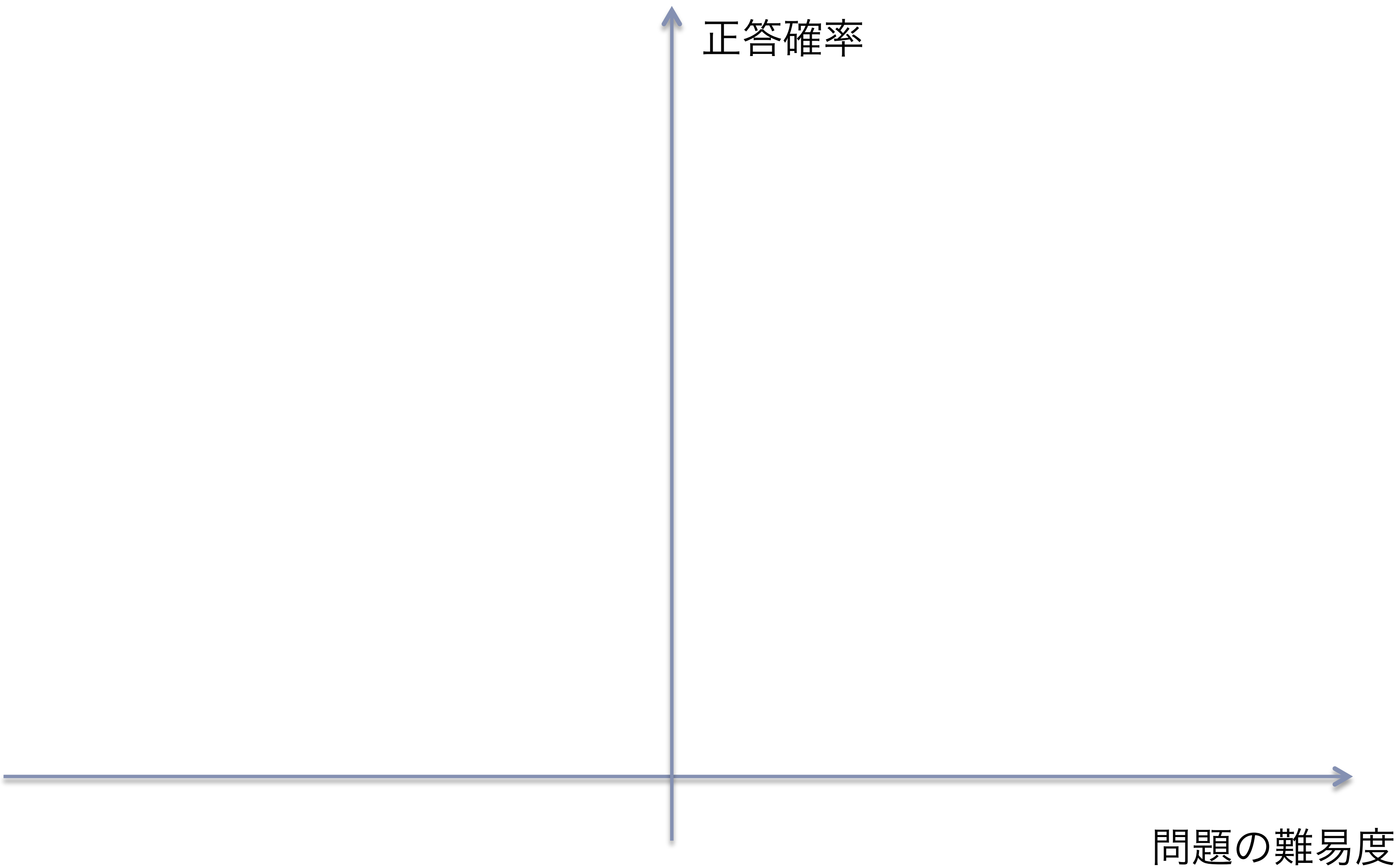
- d_j: j 番目の項目の難易度

項目応答理論

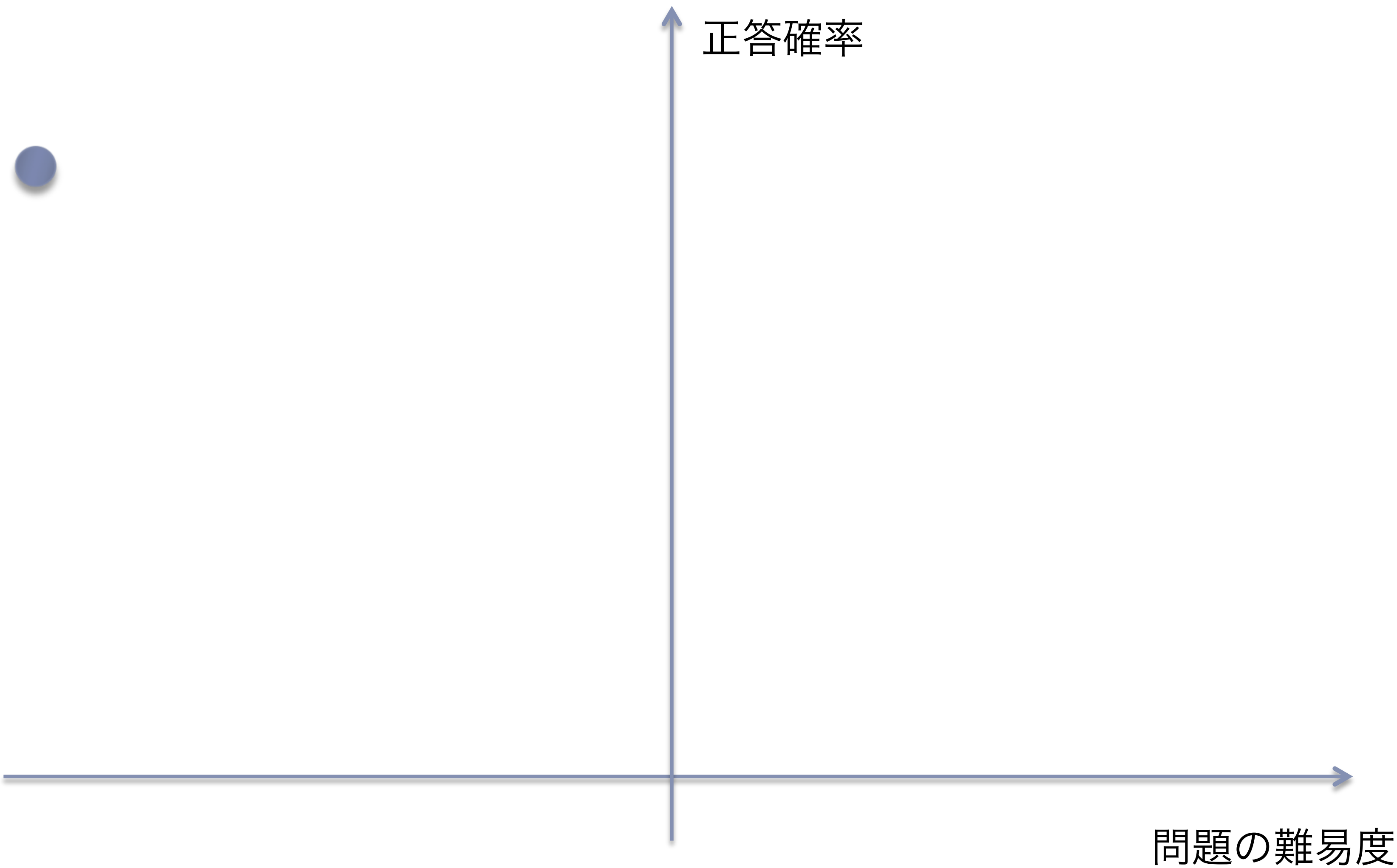
F. Baker: Item response theory : parameterestimation techniques[2004]

- 試験結果により得られるデータからパラメータ推定
  - 日本での実績
    - テストの品質管理
      - 情報処理技術者試験
      - TOEFL、TOEIC
      - 医療系資格試験、etc
    - アンケート結果からの顧客の指向調査

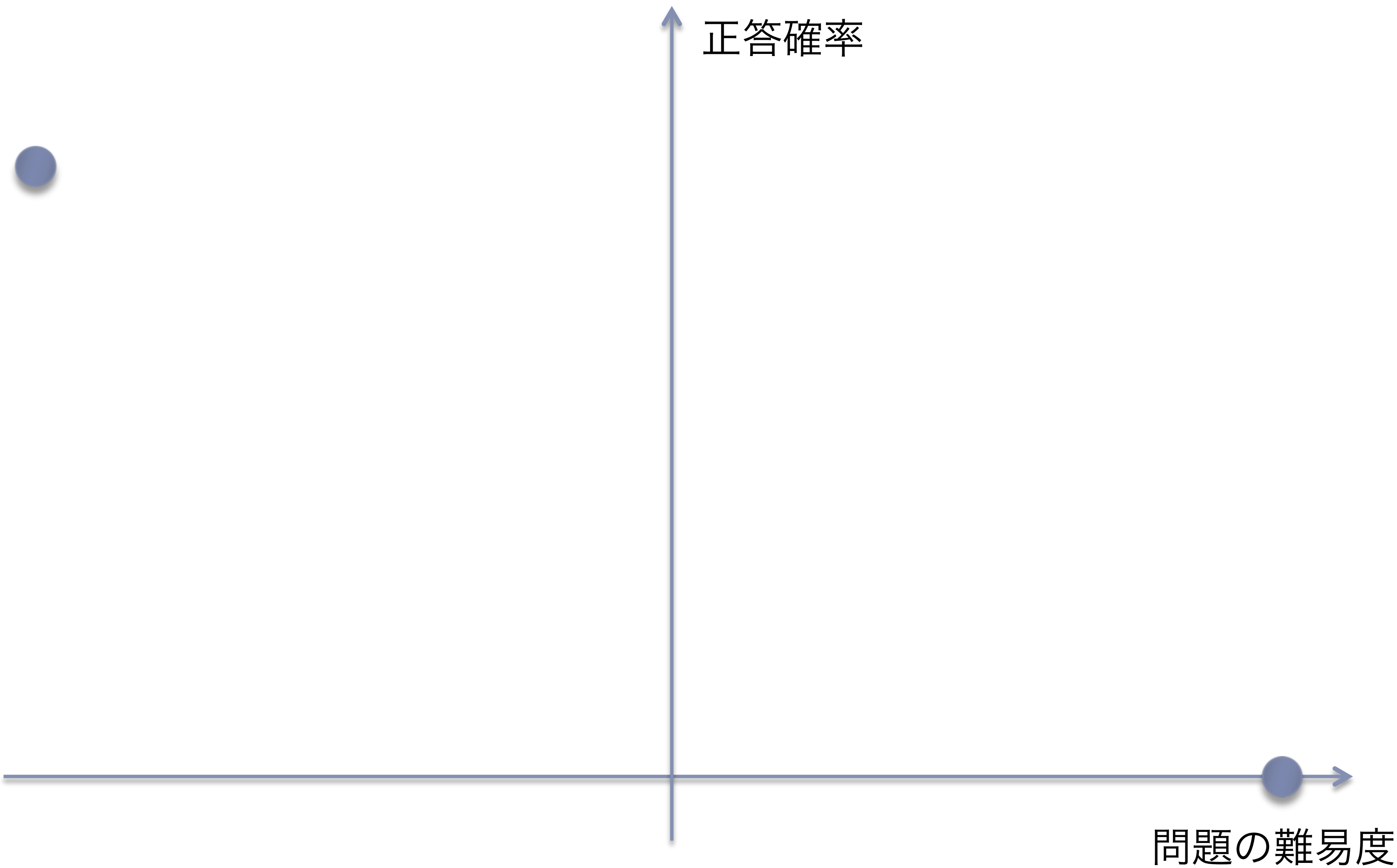
ある生徒の能力



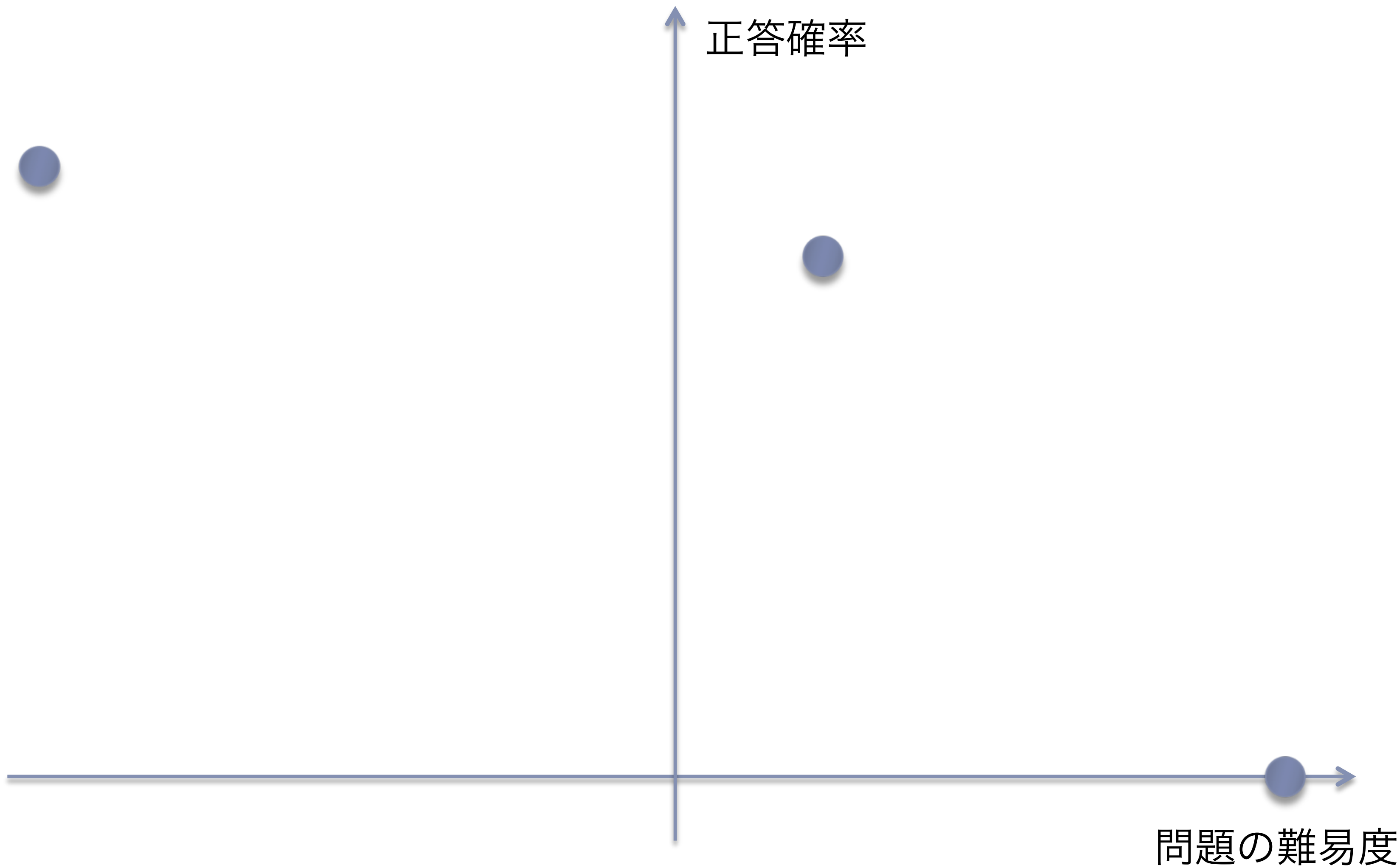
ある生徒の能力



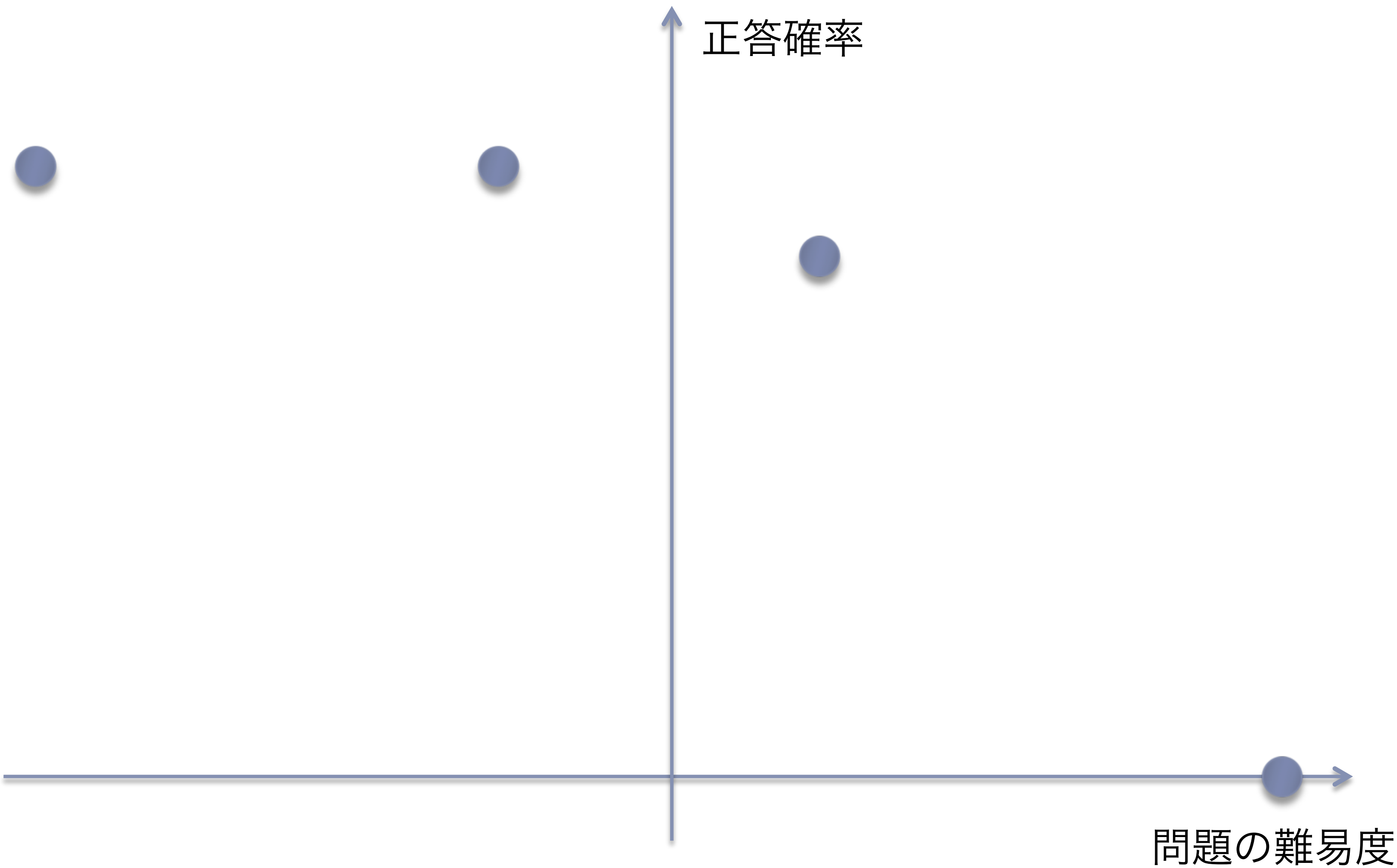
ある生徒の能力



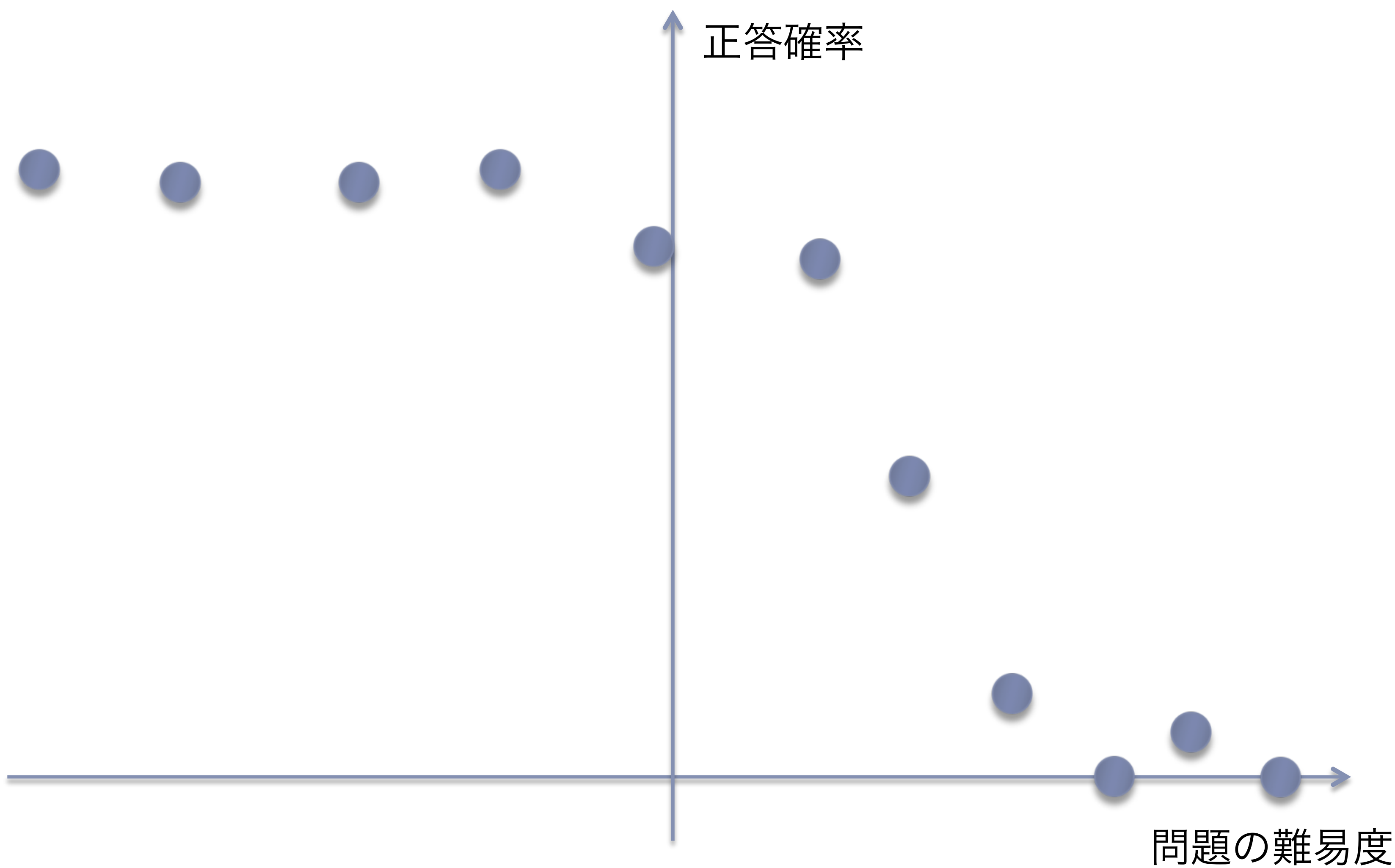
ある生徒の能力



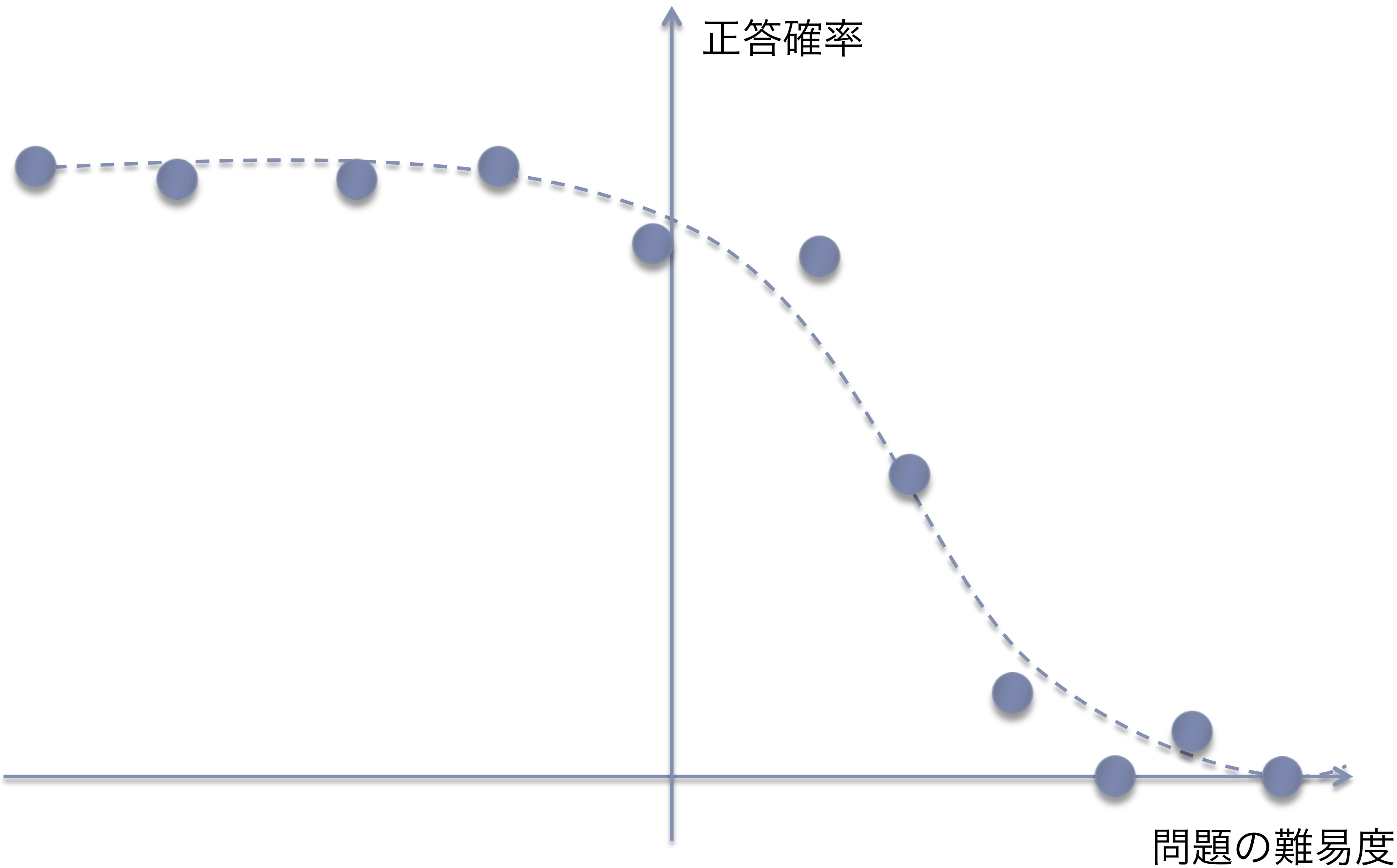
ある生徒の能力



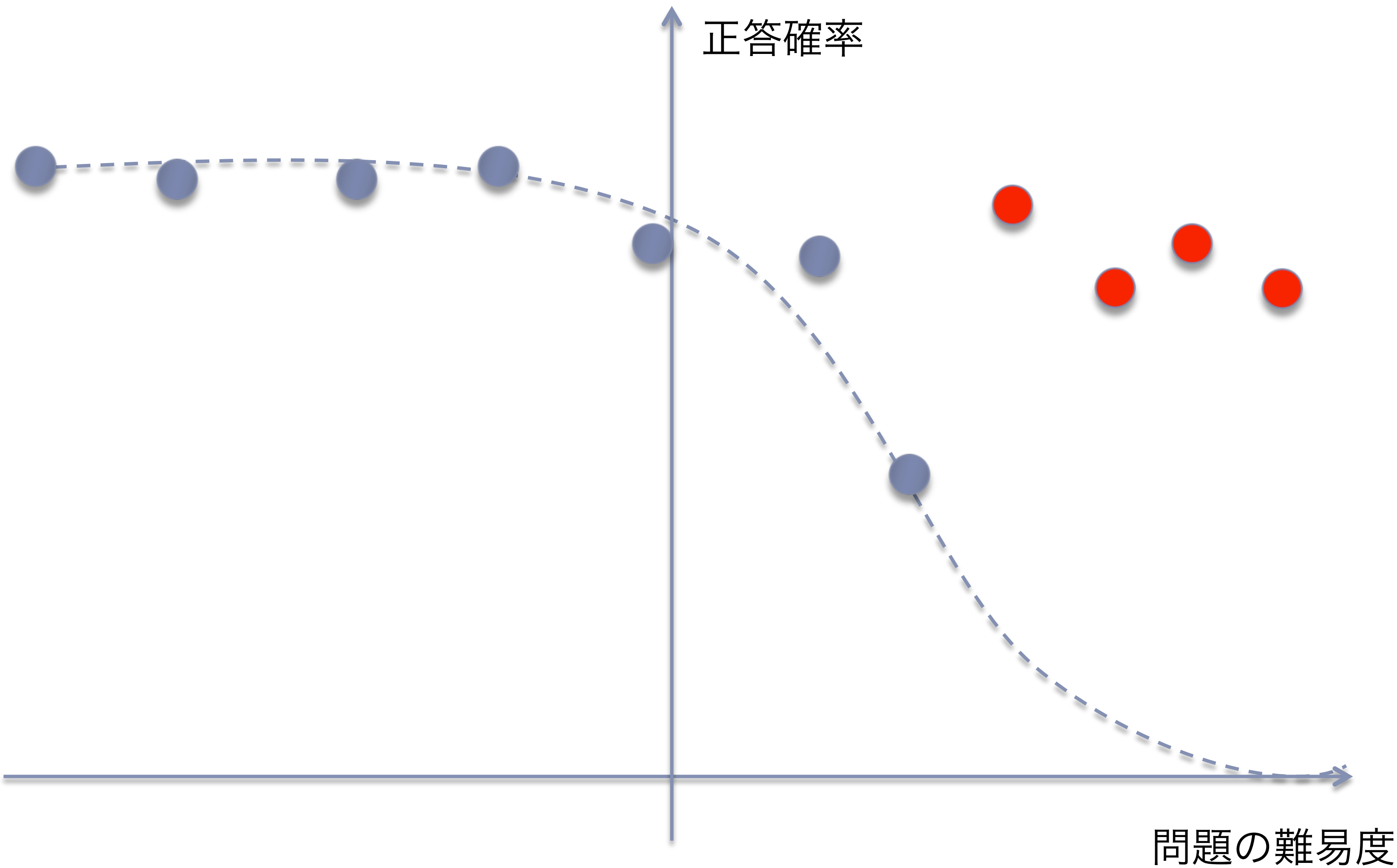
ある生徒の能力



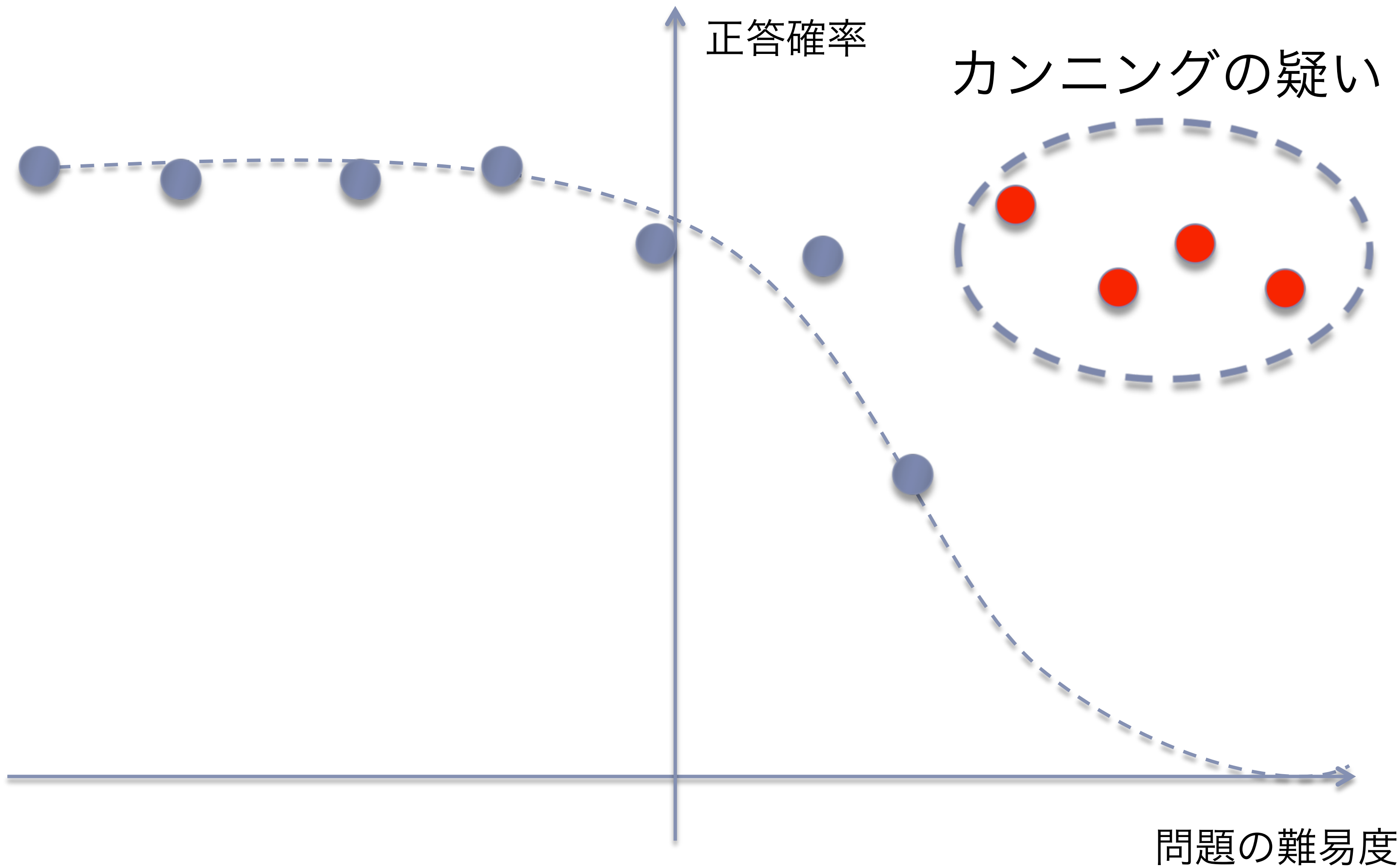
ある生徒の能力



ある生徒の能力



ある生徒の能力



ボルツマン機械学習との対応

- カンニングのモデリング
  - 被験者間の相関を考慮する

$$P(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}, \mathbf{d}, \mathbf{w}) =$$

$$\prod_{j=1}^{J} \frac{1}{Z_j} \prod_{i=1}^{I} \exp\left\{ (\theta_i - d_j) x_{ij} + \sum_{k \in \partial(i)} w_{ik} x_{ij} x_{kj} \right\}.$$

  - カンニング係数の導入
    - w_{ik}: 被験者 i と被験者 k の協力関係
  - カンニングは稀であるとすると、多くの場合は零を取る
  - 今回はレポート問題（全結合）で教え合う（対称的）状況を仮定

ボルツマン機械学習との対応

- 最尤法によるアプローチ

$$\mathcal{L}_{\mathrm{exact}} = \sum_{j=1}^{J} \left\{ \sum_{i=1}^{I} (\theta_i - d_j)\, r_{ij} + \sum_{k \in \partial(i)} w_{ik} r_{ij} r_{kj} - \log Z_j \right\}$$

  - 何度も同じ状況で試験は出来ないのでデータ数は１個
  - 疑似最尤法を利用して分配関数の計算困難性を回避

カンニングはスパース

スパース解推定ならL1ノルム

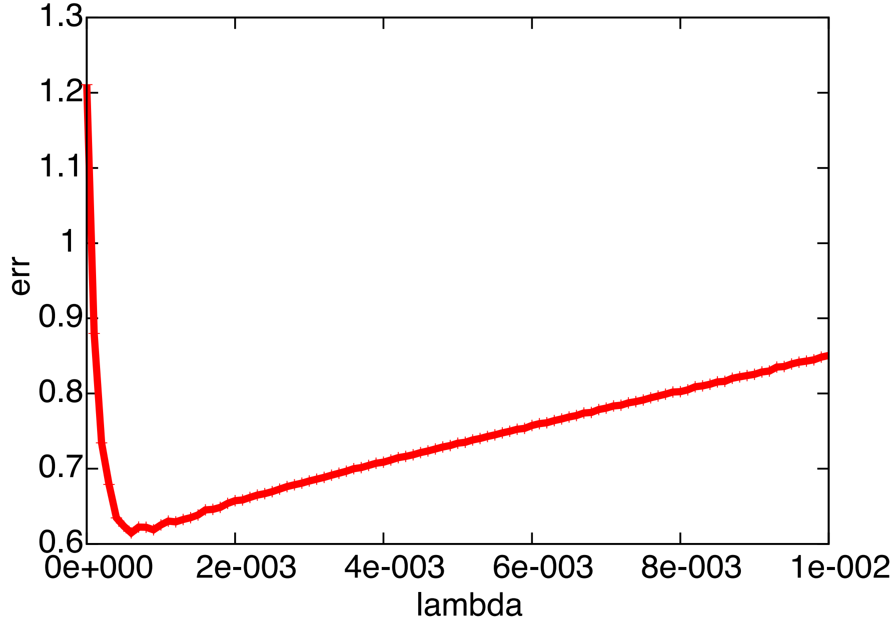
スパース解推定ならL1ノルム

$$\max_{\mathbf{w},\theta,\mathbf{d}} \left\{ \mathcal{L}_{\mathrm{PL}} - \lambda \sum_{i<k} |w_{ik}| \right\}$$

正則化のパラメータ任意性の問題

- スパース解は求められるが…
  - L1ノルムの係数により精度が大きく変わる

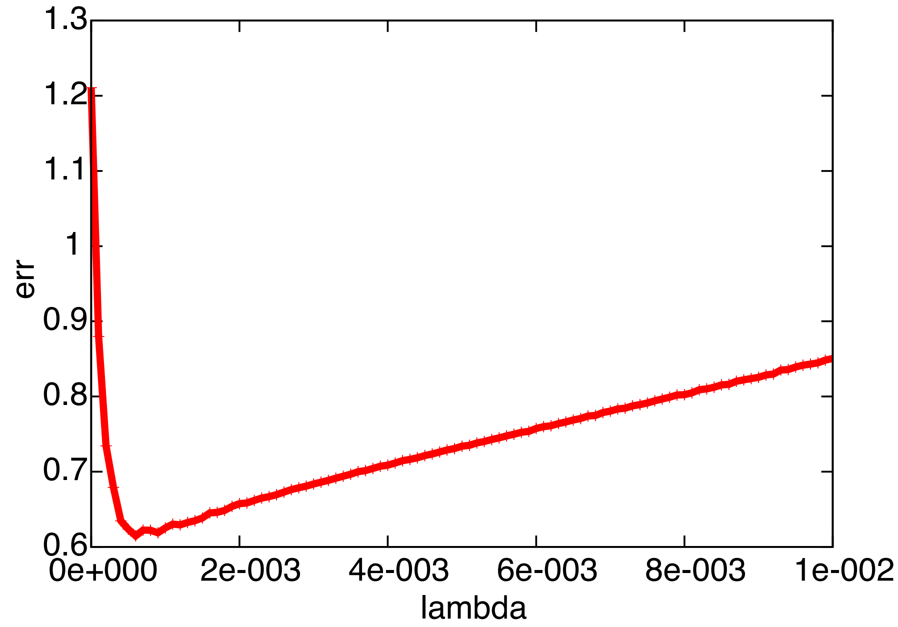
$$\mathrm{err}_w = \sqrt{(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{\mathrm{true}}))^2 / |\mathbf{w}|^2}$$



正則化のパラメータ任意性の問題

- スパース解は求められるが…
  - L1ノルムの係数により精度が大きく変わる

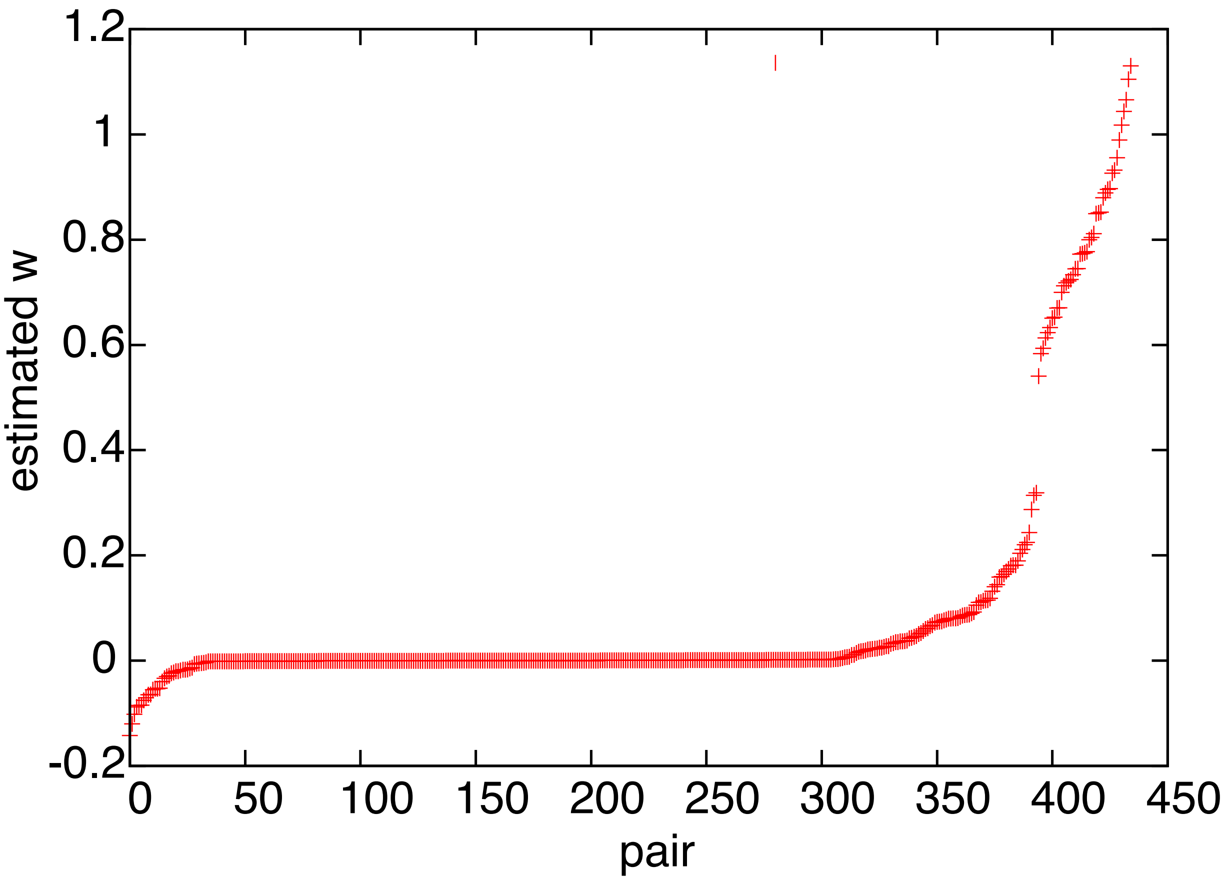
$$\mathrm{err}_w = \sqrt{(\mathbf{w} - \mathbf{w}_{\mathrm{true}}))^2 / |\mathbf{w}|^2}$$



  - 非常に小さいカンニング係数が推定されたときどうする？

正則化のパラメータ任意性の問題

- L1ノルム正則化による推定結果例
  - 問題数J=1000のとき



任意性のないスパース解の推定法

A. Decelle and F. Ricci-Tersenghi: Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 070603.

- デシメーションアルゴリズムの導入
  - 基本は尤度関数（擬似尤度関数）の最大化

$$\max_{\mathbf{w},\theta,\mathbf{d}}\left\{\mathcal{L}_{\mathrm{PL}}\right\}$$

任意性のないスパース解の推定法

A. Decelle and F. Ricci-Tersenghi: Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 070603.

- デシメーションアルゴリズムの導入
  - 基本は尤度関数（擬似尤度関数）の最大化

$$\max_{\mathbf{w},\theta,\mathbf{d}} \left\{ \mathcal{L}_{\mathrm{PL}} \right\}$$

1. まず最尤推定を行う．　（FISTAやNESTAと同様の勾配法ベース）

$$\mathbf{w} = \left(w_{12}, w_{23}, w_{24}, \cdots, w_{I-1,I} \right)$$

任意性のないスパース解の推定法

A. Decelle and F. Ricci-Tersenghi: Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 070603.

- デシメーションアルゴリズムの導入
  - 基本は尤度関数（擬似尤度関数）の最大化

$$\max_{\mathbf{w},\theta,\mathbf{d}}\left\{\mathcal{L}_{\mathrm{PL}}\right\}$$

1. まず最尤推定を行う．（FISTAやNESTAと同様の勾配法ベース）

$$\mathbf{w} = (w_{12}, w_{23}, w_{24}, \cdots, w_{I-1,I})$$

2. 推定結果において、絶対値が小さいものを消す．

$$\mathbf{w} = (\boxed{0.002}, 0.78, \boxed{0.0001}, \cdots, 0.3)$$

任意性のないスパース解の推定法

A. Decelle and F. Ricci-Tersenghi: Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 070603.

- デシメーションアルゴリズムの導入
  - 基本は尤度関数（擬似尤度関数）の最大化

$$\max_{\mathbf{w},\theta,\mathbf{d}} \{\mathcal{L}_{\mathrm{PL}}\}$$

1. まず最尤推定を行う．　（FISTAやNESTAと同様の勾配法ベース）

$$\mathbf{w} = (w_{12}, w_{23}, w_{24}, \cdots, w_{I-1,I})$$

2. 推定結果において、絶対値が小さいものを消す．

$$\mathbf{w} = (\boxed{0.002}, 0.78, \boxed{0.0001}, \cdots, 0.3)$$

3. 残った非零サポートのみで最尤推定を行う．

$$\mathbf{w} = (0, w_{23}, 0, \cdots, w_{I,I-1})$$

任意性のないスパース解の推定法

A. Decelle and F. Ricci-Tersenghi: Phys. Rev. Lett. 112 (2014) 070603.

- デシメーションアルゴリズムの導入
  - 基本は尤度関数（擬似尤度関数）の最大化

$$\max_{\mathbf{w},\theta,\mathbf{d}}\left\{\mathcal{L}_{\mathrm{PL}}\right\}$$

1. まず最尤推定を行う．　（FISTAやNESTAと同様の勾配法ベース）

$$\mathbf{w}=(w_{12},w_{23},w_{24},\cdots,w_{I-1,I})$$

2. 推定結果において、絶対値が小さいものを消す．

$$\mathbf{w}=(\boxed{0.002},0.78,\boxed{0.0001},\cdots,0.3)$$

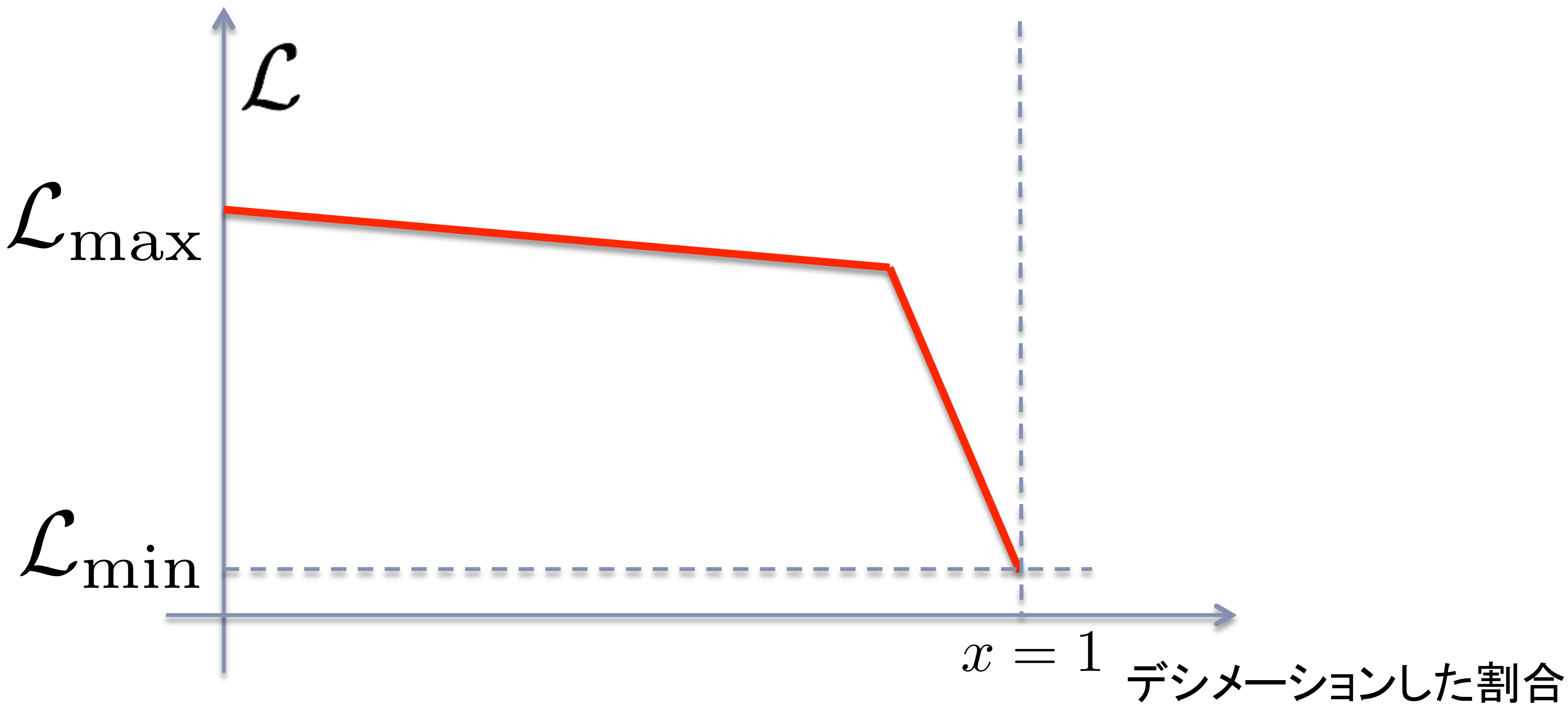
3. 残った非零サポートのみで最尤推定を行う．

$$\mathbf{w}=(0,w_{23},0,\cdots,w_{I,I-1})$$

- 利点
  - 零となるところをはっきりと零と指定する
  - 正則化パラメータがない

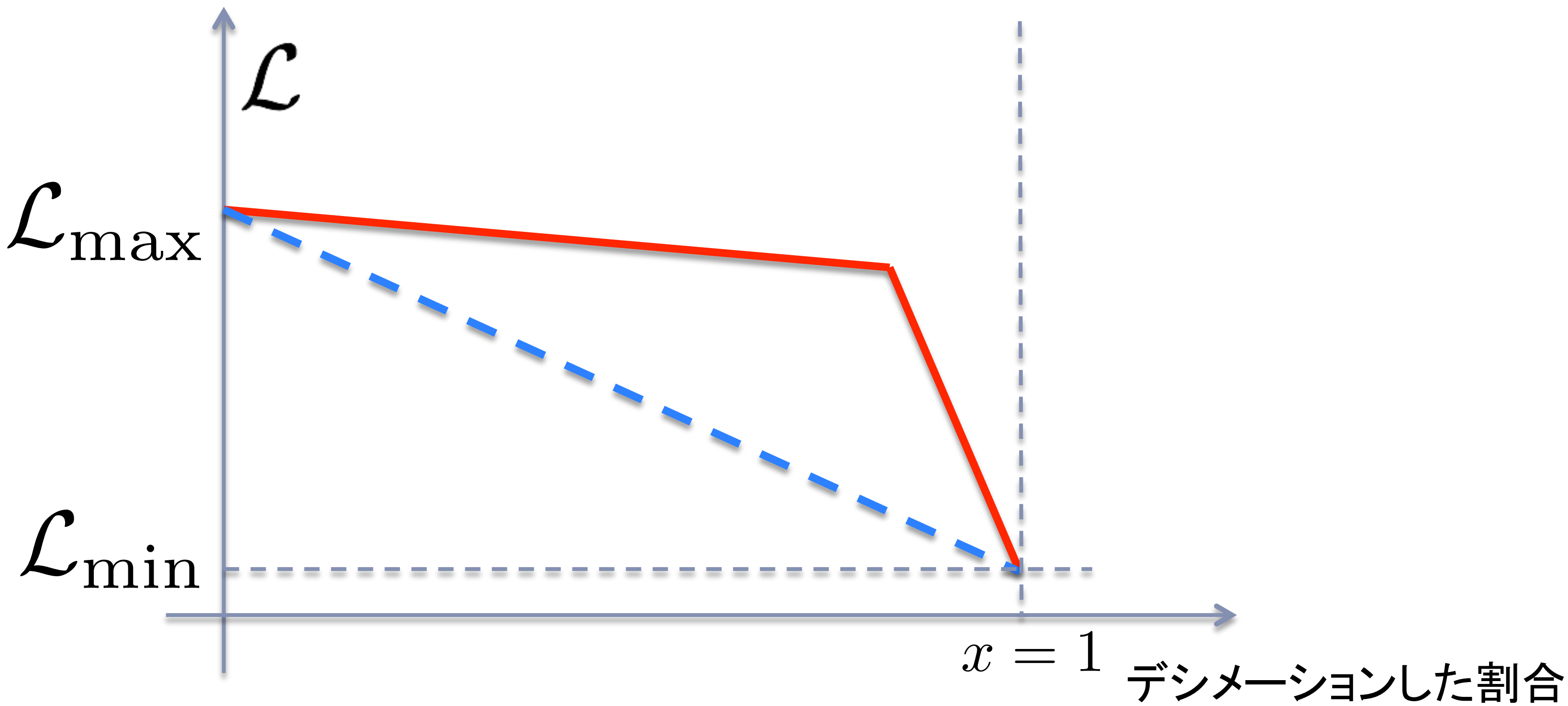
デシメーションアルゴリズム

- どこまでデシメーションすればよいのか？
  - スパース性の仮定のもとでは、ほとんどのカンニング係数は0である
  - 非常に小さいカンニング係数を0としても尤度関数は変わらない



デシメーションアルゴリズム

- どこまでデシメーションすればよいのか？
  - スパース性の仮定のもとでは、ほとんどのカンニング係数は0である
  - 非常に小さいカンニング係数を0としても尤度関数は変わらない

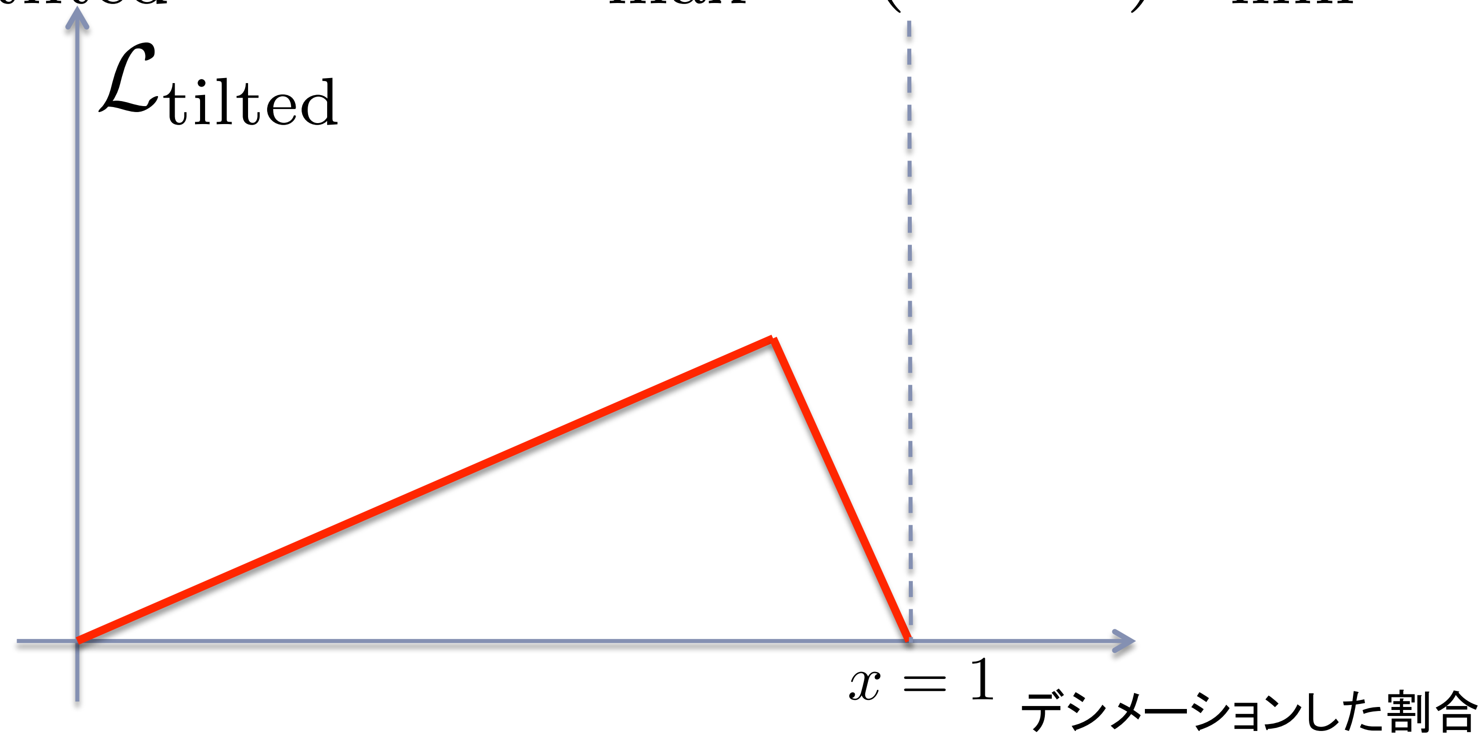


SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA 京都大学 KYOTO UNIVERSITY

デシメーションアルゴリズム

- どこまでデシメーションすればよいのか？
  - スパース性の仮定のもとでは、ほとんどのカンニング係数は0である
  - 非常に小さいカンニング係数を0としても尤度関数は変わらない

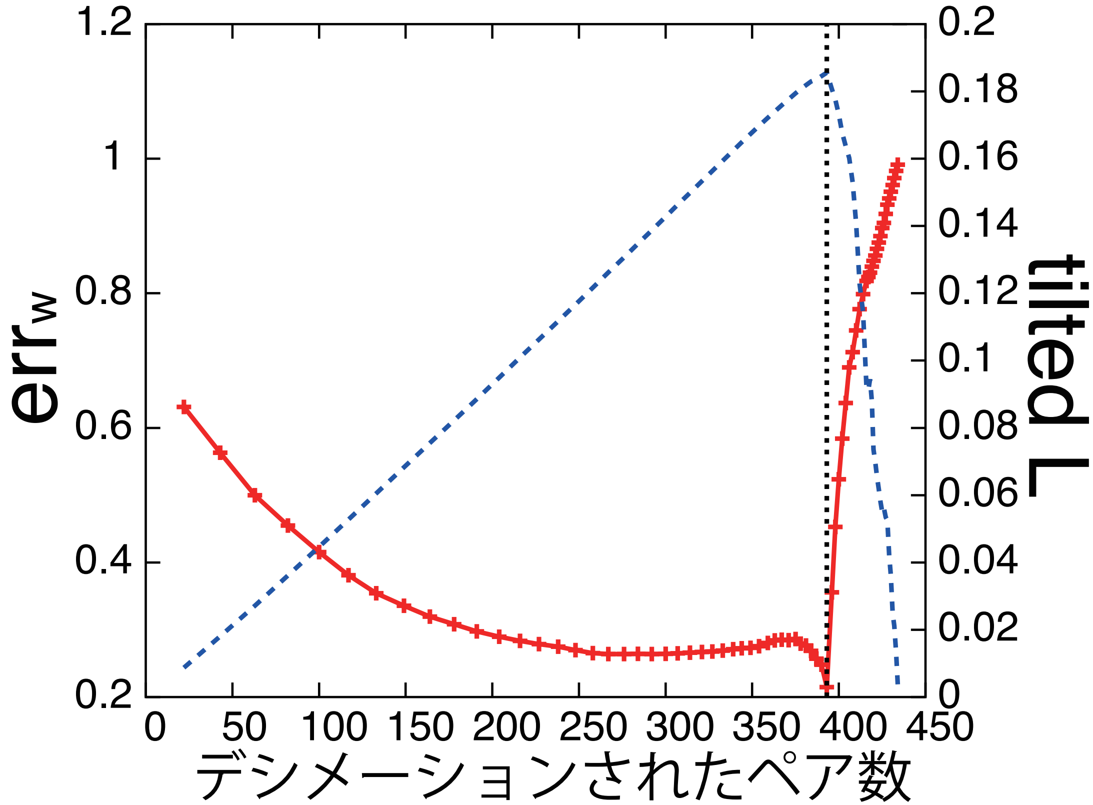
$$\mathcal{L}_{\text{tilted}} = \mathcal{L} - x\mathcal{L}_{\max} - (1-x)\mathcal{L}_{\min}$$



数値計算結果

S. Yamanaka, M. Ohzeki, A. Decelle: JPSJ 84, 024801 (2015)

- カンニング係数の推定結果
  - $\mathcal{L}_{\mathrm{tilted}}$ のピーク位置と推定誤差の最小値をとる位置が一致

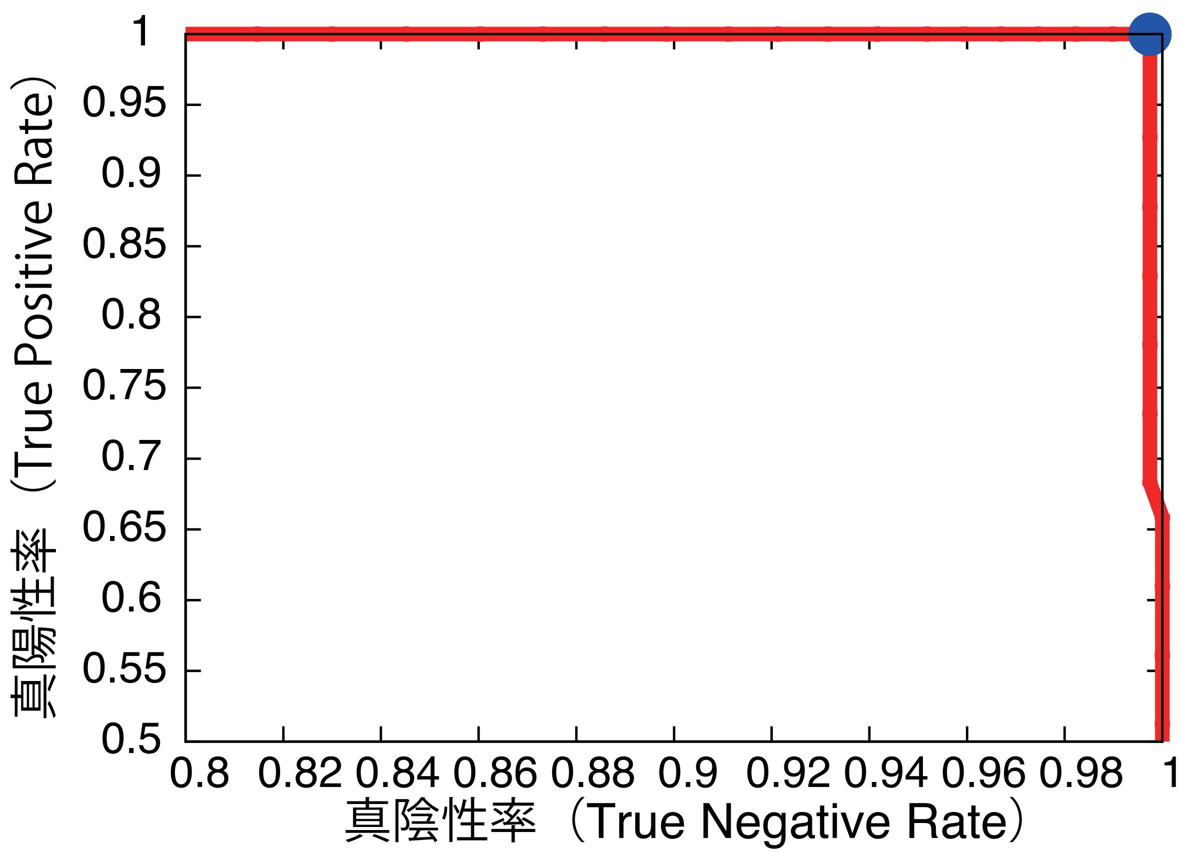


被験者数 : I = 30
ペア数 : I(I-1)/2 = 435
カンニングをしている割合 0.1
項目数 : J = 1000

数値計算結果

S. Yamanaka, M. Ohzeki, A. Decelle: JPSJ 84, 024801 (2015)

- カンニング係数の推定結果
  - $\mathcal{L}_{\mathrm{tilted}}$ のピーク位置でROC曲線の最良点にある

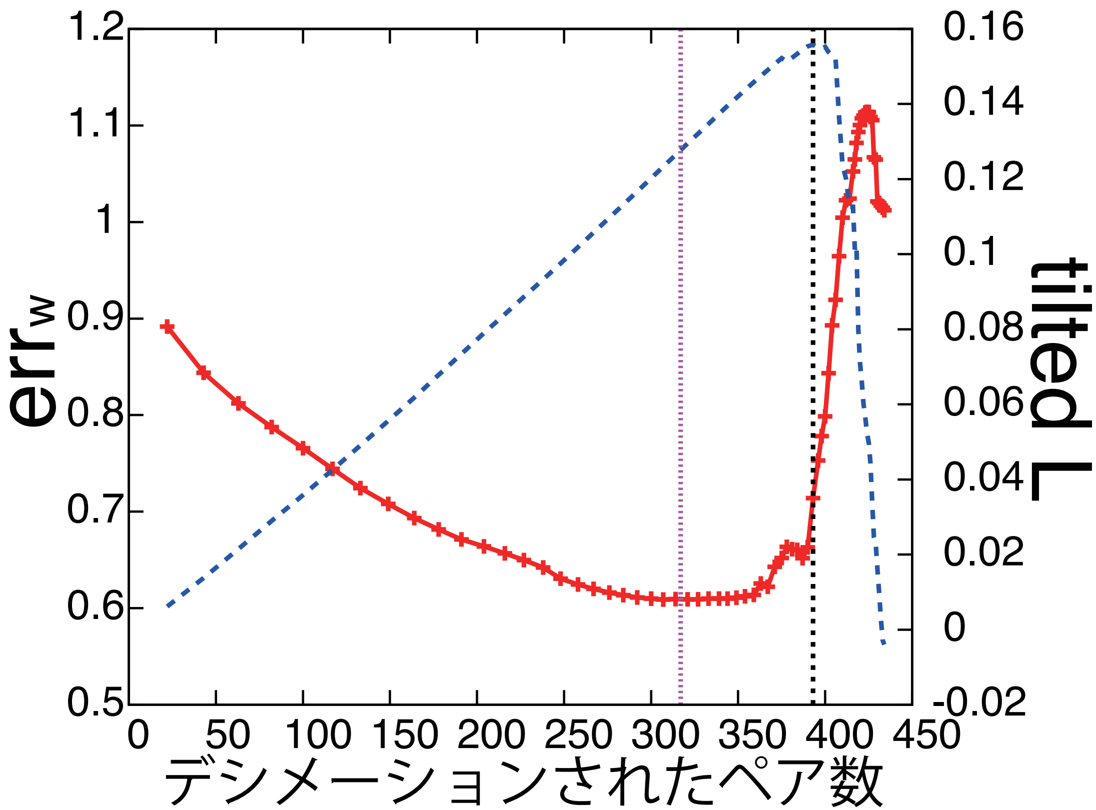


被験者数 : I = 30
ペア数 : I(I-1)/2 = 435
カンニングをしている割合 0.1
項目数 : J = 1000
真陽性率 :
カンニングをしていると推定されたペア /実際にカンニングをしているペア
真陰性率 :
カンニングをしていないと推定されたペア /実際にカンニングをしていないペア

擬似最尤法の性質との兼ね合い

S. Yamanaka, M. Ohzeki, A. Decelle: JPSJ 84, 024801 (2015)

- データ数（項目数）が少ない場合
  - $\mathcal{L}_{\mathrm{tilted}}$ のピーク位置と推定誤差の最小値をとる位置がずれる

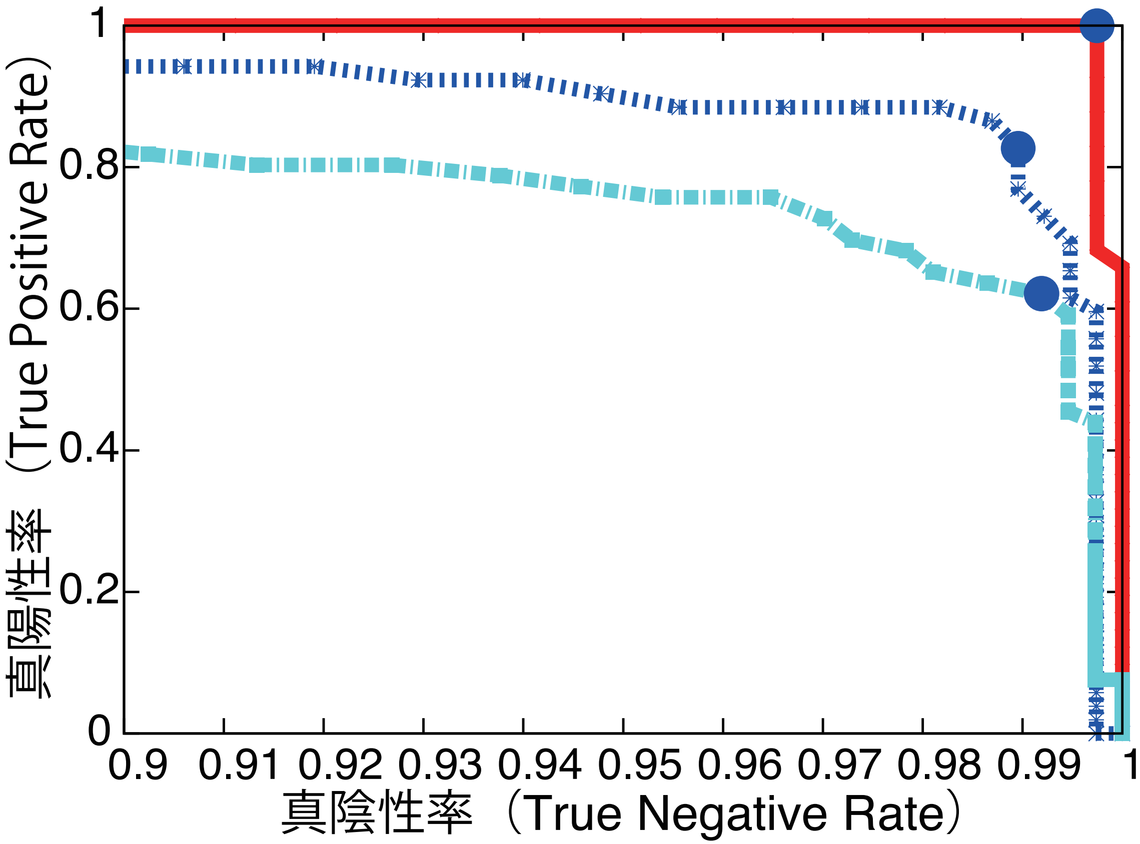


被験者数 : I = 30
ペア数 : I(I-1)/2 = 435
カンニングをしている割合 0.1
項目数 : J = 500

スパース性との関係性

S. Yamanaka, M. Ohzeki, A. Decelle: JPSJ 84, 024801 (2015)

- カンニング係数の推定結果
  - ROC曲線が左下に後退、真陽性率が減少

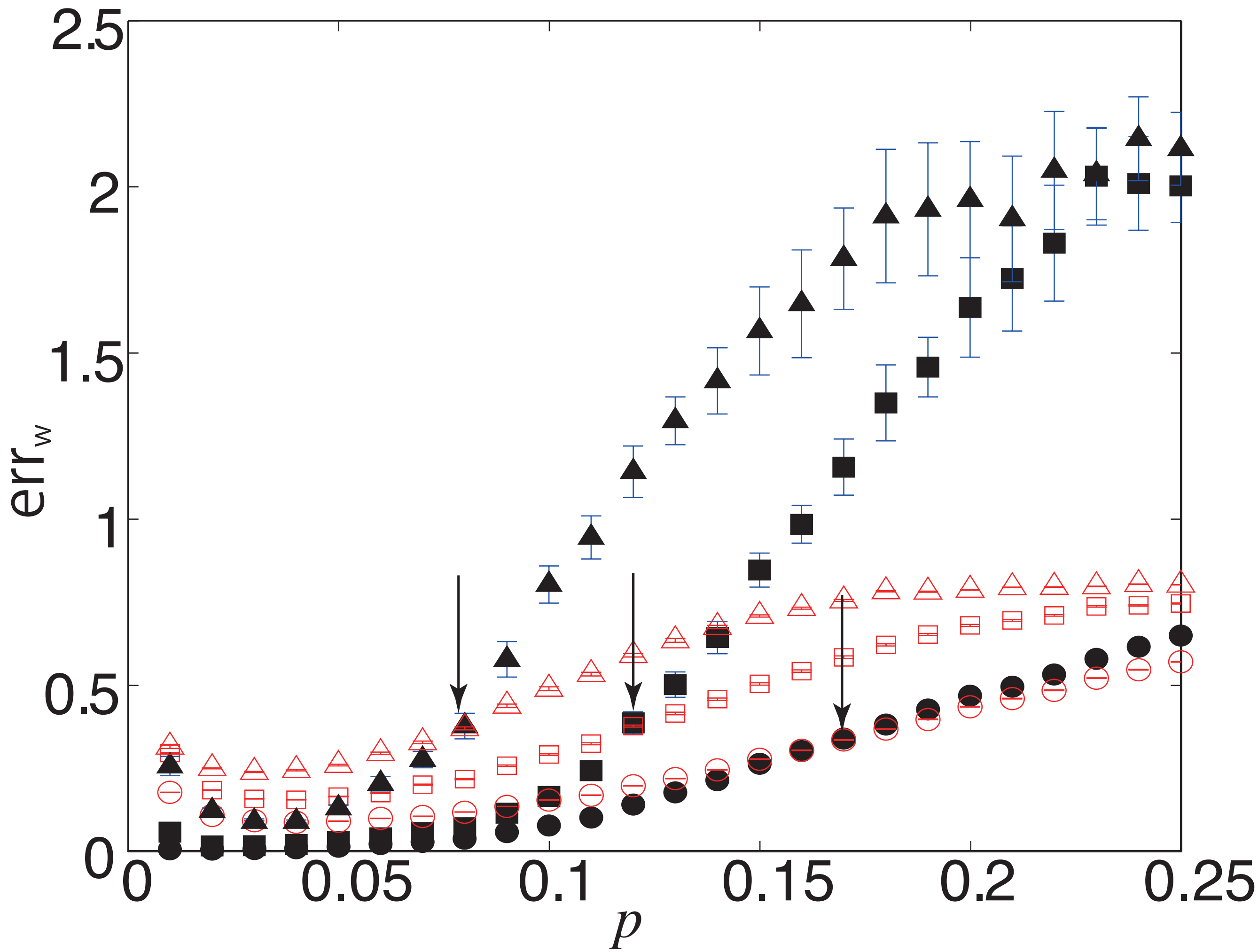


被験者数：I = 30
ペア数：I(I-1)/2 = 435
カンニングをしている割合
0.1->0.125->0.15
項目数：J = 1000
真陽性率：
カンニングをしていると推定されたペア
/実際にカンニングをしているペア
真陰性率：
カンニングをしていないと推定されたペア
/実際にカンニングをしていないペア

統計的性能比較

S. Yamanaka, M. Ohzeki, A. Decelle: JPSJ 84, 024801 (2015)

- L1ノルム正則化とデシメーションアルゴリズムの比較



デシメーションアルゴリズムの性能

- デシメーションアルゴリズムの利点
  - 利用する際に任意性がない
    - どのくらいの割合でデシメーションするか？は自明に最適化できる
    - ユーザー視点の方法
  - 擬似最尤法による勾配ベースの方法と組みあわせるだけ
    - L1ノルムのような微分可能でない関数を利用しない
    - 付加的に利用しやすい

デシメーションアルゴリズムの性能

- デシメーションアルゴリズムの利点
  - 利用する際に任意性がない
    - どのくらいの割合でデシメーションするか？は自明に最適化できる
    - ユーザー視点の方法
  - 擬似最尤法による勾配ベースの方法と組みあわせるだけ
    - L1ノルムのような微分可能でない関数を利用しない
    - 付加的に利用しやすい
- デシメーションアルゴリズムの弱点
  - スパース性が強い場合のみ有効
    - 限定的な利用範囲
  - 信号・推定したいものがはっきりと分かれている
    - 非零の信号・推定したい量が零とギャップをもつ
      - 画像・離散的な信号処理などに有効か？

デシメーションアルゴリズムの性能

- デシメーションアルゴリズムの利点
  - 利用する際に任意性がない
    - どのくらいの割合でデシメーションするか？は自明に最適化できる
    - ユーザー視点の方法
  - 擬似最尤法による勾配ベースの方法と組みあわせるだけ
    - L1ノルムのような微分可能でない関数を利用しない
    - 付加的に利用しやすい
- デシメーションアルゴリズムの弱点
  - スパース性が強い場合のみ有効
    - 限定的な利用範囲
  - 信号・推定したいものがはっきりと分かれている
    - 非零の信号・推定したい量が零とギャップをもつ
      - 画像・離散的な信号処理などに有効か？

まとめ

- ボルツマン機械学習を利用したカンニング検出
  - 項目応答理論を拡張
  - カンニングのスパース性に注目
  - デシメーションアルゴリズムによりカンニングしたペアを検出
  - 被験者の能力や問題の難易度の精度よい推定
  - 実際の教育現場での利用は未だ（やる意義はあるか？）
- デシメーションアルゴリズム
  - 任意性のないスパース解再構成法
  - 情報量規準等との関連？
  - 圧縮センシングでの利用も可能（非公開）

Detection of cheating by decimation algorithm
Shogo Yamanaka, Masayuki Ohzeki, and Aurelien Decelle
J. Phys. Soc. Jpn. 84, 024801 (2015)